

Hangi ∞ ?

Hep bilinir ki, ∞ sonsuzluğu betimleyen bir işarettir. Yani, bir tanedir, başkası yok. Peki ama sonsuzluğu betimleyen tek işaretimiz olması, sonsuzluğun tek olduğu sebebiyle midir? Yahut biz insanlar, sonsuzu tek mi sanıyoruz acaba? Hani bilim de eninde sonunda oydaşmaya, oy çokluğuna dayanır ya, o bakımdan önemlidir başkalarının ne düşündüğü, konumuz olan sonsuz hususunda.

Zira, matematiksel kanıtlama, karşılığının fiziksel alemde varlığını garantilemez.

Örneğin, termodinamikte pek çok bağıntı, hani şu pek ünlü deyimle pozitif enerji ve negatif enerji için aynı sonucu verir. Misal, Einstein'ın ısı sığası formülünde $[C_{Einstein} = 3Nk \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 / \left(e^{\frac{h\nu}{2kT}} - e^{-\frac{h\nu}{2kT}} \right)^2]$ enerjiyi betimleyen $(h\nu)$ ifadesi yerine eksilisi yani $(-h\nu)$ konsa sonuç değişmez. Ama, frekansın yani (ν) 'nin negatifi tanımlı değildir.

Önemli hususu yineleyelim; negatif frekans olsun olmasın, Einstein denklemi pozitif frekans için de negatif frekans için aynı sonucu verir. Keza, $E = mc^2$ bağıntısı, hem c yani ışık hızı hem de "negatif ışık hızı" $-c$ için aynı sonucu verir. Dahası, matematikte karesi negatif bir olan sanal sayı i (elektrik mühendisliğinde j) $= \sqrt{-1}$ sayısı fizikte zamanı betimlemekte kullanılır.

Öte yandan, herhangi bir sına için kaç kez deney yapılmalıdır? Bu sorunun yanıtı, İmam Gazali, Lawrence Berkeley ve Rudolph Carnap'ın Viyana Çevresi dahilinde pek ateşli tartışmalara yol açmış olsa da (henüz ?) kesinliğe kavuşturulabilmiş değildir. "Serbest bırakılan taş düşer." Nereden biliyoruz? Isaac Newton'un denklemleri öyle söylüyor. Peki ama, Newton denklemleri Johannes Kepler'in adıyla anılan yasalara fit edilerek bulunmadı mı? Evet, böyle bulundu. Yani Kepler'in gezegen devinimlerini özetleyen alttaki üç yasına uyacak bir kuvvet denklemi terimlerle oynanarak bulundu. Bkz. *Philosophiæ Naturalis Principia*

Mathematica (Mathematical Principles of Natural Philosophy). (Bu fakir, ODTÜ Kütüphanesi'ndeki kopyasını, gençliğinde üç kez baştan sona okumuşluğundan mütevellit, kaynak göstermeye hakkı vardır.)

1) Gezegenler, odak noktalarının birinde Güneş olan elips şekilli yörünge üzerinde devinir. 2) Bir gezegen ile Güneş arasındaki sanal çizgi eşit zaman aralıklarında eşit alanlar tarar. 3) Bir gezegenin yörüngesini tamamlamak için geçen sürenin karesi, dolandığı elipsin ana eksen uzunluğunun küpü ile doğru orantılıdır.

Hoş, bu üç yasanın ifadelendirilmesinde, pek çok bilim ifadelendirilmesinde olduğu üzere, pek çok saçma sapanlık mevcut. Ne var ki, bu, bu yazının kapsam dışındadır ve zaten ayrıca itina ile ele alınmayı gerektirir.

Bir gezegen ve Güneş arasında bir çekim kuvveti (F) olabileceği zaten çok eskilerden beridir ilgili bilimcilerce düşünülmekteydi. Bunun üstüne Newton şunu yaptı. Böylesi bir kuvvet ifadesi, gezegenin ve Güneş'in kütlelerine bağlı olmalıdır; sırasıyla diyelim ki, m ve M . Bir de aradaki mesafeye (r) bağlı değildir. Demek ki, üç parametresi olmalıdır. Gel gelem, kütle ve uzaklık ölçü birimleri ile sonuçta elde edilecek olan kuvvet niceliğinin birimini uyumlu kılabilmek için de en başa bir sabit sayı çarpanı koymak gerekti; diyelim ki, G . Şimdi, pek çok olasılıktan bazıları şöyledir; $F = G(m + M)r$, $F = GmMr$, $F = Gm^2Mr$. Burada bir de gezegen kütlesi ile Güneş kütlesi arasında nitelik farkı olamayacağı, hani o sıkça kullandığımız kalıp sözdeki gibi, "kütle küttedir" farklısı olmaz ilkesi gereği m 'nin karesi alınacaksa M 'nin de karesi alınmalı, ya da bunlar birbirine bölünmeli gibi kıstaslar altında üç beş deneme sonunda Newton şu bağıntıya ikna olacak denli zeki bir kişiydi elbette; $F = GmM/r^2$.

Ama işte, Carnap'ın öğrencisi (ünlü George Soros'un da doktora tez hocası olan) Karl Popper "Güneşin her sabah doğmuş olması, yarın sabah da doğacağının kanıtı değildir."

diyerek, adeta pişmiş aşı su katmasaydı, her şey gayet güllük gülüstanlık bir seyir izlemeye devam edebilirdi.

İşte, Viyana Çevresi'nin ifadelendirmesiyle felsefenin dolabındaki ceset tam da budur. Güneş'in kaç sabah doğmuş olması ertesi sabah da doğacağına kanıt olabilir? Diyelim ki, taşı serbest bıraktım düştü. Bu durum, bir sonraki kez de taşı serbest bıraktığımda düşeceğinin kanıtı mıdır? Evet ise, aldığım bir piyango bileti ikramiye çıkmadıysa, hiç çıkmayacağı sanısıyla yine piyango bileti almamalıyım gibi bir sonuca varılabilir bu durumda. Daha da vahimi; "bugün baktım yağmur yağmıyor demek ki, yağmur hiç yağmayacak" gibi geçersiz çıkarsamalara yol açılabilir.

Aynı şekilde, temel parçacıkların ivmelendiricilerdeki tepkimeleri sırasında kaç fotoğraf çekilirse, diyelim ki Tanrı Parçacığı'nın varlığına ikna olabiliriz? Bir fotoğraf yeterli olur mu? Olmaz ise, kaç fotoğraf yeterlidir? Serbest bırakılan taş kaç kez yere düşerse, her taşın her zaman yere düşeceği deneysel (bilimsel) yoldan kanıtlanmış sayılır? Yine aynı kapsamda, Güneş'in kaç sabah doğmuş olması, ertesi sabah da doğacağının deneysel (bilimsel) kanıtıdır? Sonsuz mu?

Eğer, sonsuz kez sınama olacaksa da herhangi bir çıkarsamaya gerek kalmayacağı ortada.

Ayrıca, dikkat çekmeye değer, Kepler Yasaları da eni konu üç beş gezegenin gözlemi sonucu elde edildi. Çevremizde zaten kaç tane gezegen var ki? Peki, Newton'un gökteki ve yerdeki tüm cisimleri kapsayacağı iddiasıyla ileri sürdüğü Kütle Çekim Yasası'na (Gazali'ye selâm olsun diye seçildi şu sözcük) iman etmeli miyiz? El cevap! Herkes böyle diyor. Yani oy çokluğu Newton'dan yana.

Şipşirin Denizli yöremizin de hoş bir deyişi anılmadan geçilmesin. "Herkes çürük yumurta alıyorsa, sen de al!"

Herkes, fiyat etiklerini yuvarlamayıp tam tersine küsuratlı yapıyorsa, örneğin 10₺ yerine

9,99₺, 100₺ yerine 99,95₺ yapıyorsa sen de yap! Niçin? Millet ucuz sansın diye; hani ilk rakamlara bakıp 99 veya 9 falan ödeyecek sansın millet. Millet kim? Onu alacak olanlar. Peki o millet hiçbir şey satmaz mı? Satar elbet, ama onlar da küsuratlandırır etiketleri. İyi hoş da, herkes birbirine niçin böyle yapar?

Biyolojik türleri, birbirinden ayırt eden fizyolojik özelliklerin yanı sıra bazı ussal kendi arasında ortak ama başkalarına kıyasla farklı özellikleri de vardır. Örneğin kediler, fiyat etiketlerini küsuratlandırmaz. Hatta, etiket nedir fiyat nedir bilmezler. Arada bir boyunları papyon fiyonk bağlı ev kedileri kaçır da sahipleri bulunsun diye ilan verir de, başkaları da bulunması için yardımcı olur. Niçin, biz insanlar özgürlüğü seçen ev hayvanlarına saygı beslemeyiz? Köpekleri onları iğdiş edip, tırnaklarını törpüleyip, Nasreddin Hoca deyimiyle kedilere, köpeklere benzetip besleriz. Sırf o muazzam "pet ekonomisi ve sanayisi"nin çarkları dönsün diye mi? Hangi insan, boğaz tokluğu karşılığında iğdiş ve hapis edilmeyi kabul eder? Özeti şu ki, biz insanlar her şeyi incenin incesi düşünüp taşınarak eyliyor değiliz. Yoksa, üç beş gezegenin hareketine bakarak çıkarılmış üç parametrelili bir denklemi niçin evrensel yasa sayalım?

Ah, tabii! El cevap, "Kütle çekim yasası evrenin her tarafında geçerli. Neptün gezegeni bu yolla keşfedildi. Galaksilerin birbirini etkileyişinde de gözlüyoruz." denilse de "Merkür yörüngesini doğru vermeyişi ancak Albert Einstein ile düzeltilebildi." diye karşılık vermek yerinde olur. Hatta, galaksi kolları, Newton'un kütle çekim ve hatta Einstein'ın Genel Bağlılık kuramının öngördüğünün tersine yönde dönmektedir. Sebebi (henüz ?) bilinmiyor.

Fakat, asıl darbeyi şu soruyla indirmek mümkün.

Nasıl ve niçin oluyor da iki kütle birbirini uzakta etkiliyor. (Yakında olsa da ne fark eder?) İki kütle birbirini nasıl ve niçin oluyor da çekiyor? Elma düşüyor. Çünkü, Dünya çekiyor? Peki niçin ve nasıl? Elmayı düşerken

gören Newton, aradaki ip mi, misine mi, her ne ise, çekim araçlarını görebilememiştir. Sonrasında da görebilen çıkmamıştır. Özetle, nasıl oluyor da Yer’e doğru çekilip, yere basıyor olduğunu bilmeyen insanoğlu, kütle çekim yasası önerebiliyor. Acaba, Popper, “Her kezinde yere basıyor olmamız, bir sonraki kez de yere basabileceğimizin kanıtı değildir.” de dese miydi? Demiş olsaydı bile, Franz Kafka’nın Fragments adlı kitabındaki şu cümle kertesinde güzel görünmeyebilirdi. “Üzerine bastığın yerin ayaklarından büyük olmadığını fark etmenin mutluluğu!” Çünkü, bu yazının özeti tam da budur; herkes ayağı kadar yere basar.

Yani, pek çoklarımız için, yere niçin bastığımızın önemi yoktur. “Basıyoruz ya! Boş ver gerisini.”cidirler. Taşı bıraktığın zaman düşeceğini kanıtlamanın da anlamı yoktur. “Bırakıyorsun ya taşı. Düşüyor işte.”gillerdendirler aynı zamanda. Eh, bu durumda “Hangi ∞ ?” diye sormak da fuzulidir, abesle iştigaldir.

Ama, bu yazıyı okumayı bu satırlara dek sürdürenler için Doğal Sayılar, diyelim ki, 1’den başlayıp ama hep 1’er artan sayılar ele alalım. En sonunda kaçaya ulaşılır? Sonsuza mı?

Sonsuz sayı mıdır? Değilse, doğal sayılar içinde yer alamaz. Peki, bu durumda doğal sayıların en büyüğü olması lazım gelir. Ama, sonsuza bir ekleyince yine sonsuz olur. Böyle bir sayı yok ki.

Sonsuzun sayı olduğunu da olmadığını da kanı edinmiş pek çok matematikçi ve matematik öğretmeni, akademisyen vardır. Örneğin, en basitinden Mathematical Association of America’nın yayın organı olan ve 1894 yılından beri basılan American Mathematical Monthly dergisinin sayfaları karıştırılabilir. (Meraklısı, en alttaki adresime yazarsa, o dergiye en kolay nasıl erişilebileceğine dair sorusunu yanıtlarım.) Hoş, 0,999999...’u da 1’e eşit sananlar hayli fazla.

Şimdi de doğal çift sayıları ve tek sayıları ayırıştırırlım. “Çift sayılar 2, 4, 6, ... diye

sonsuza dek gitmektedir.” tümcesine, önermesine itiraz eden çıkar mı acaba Yeryüzü vatandaşları arasında? Peki ya “Tek sayılar 1, 3, 5, ... diye sonsuza dek gitmektedir.” tümcesine itiraz eden çıkar mı ki? Bu iki tümce de doğru ise, sonsuz tek midir çift midir? Yok eğer, tek sayılar kendi sonsuzuna, çift sayılar da kendi sonsuzuna gidiyorsa, demek ki, en azından iki ayrı sonsuz var. E, bir de asal sayılar var, bir sayısından ve kendinden başka sayıya bölündüğünde küsuratlı sonuç veren; 1, 3, 5, ... gibi. Bu sayılar da sonsuza gider elbette. Peki, o sonsuz asal mıdır?

Bu listeyi, herkes dilediğince uzatabilir.

Ama asıl soru, işte bu şimdiki paragrafa sığacak kerte minicik olabilir: “Kaç ∞ ?”, “Hangi ∞ ?” gibi sorulardan evvel, “ ∞ nedir?” diye mi sormak gerekir?

Fizikte Jean-Baptiste Joseph Fourier’in bulduğu dönüşüm formülü $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right)$ veya $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$ yahut $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nh\nu}{kT}}$ gibi işlemlere sık rastlanır.

∞ hakkında bilinen fazla bir şey yoksa madem niçin ve hem de bu denli sıkça kullanılır acaba?

Hani o 2500 yıllık ünlü paradoks Zeno Paradoksu da sonsuz hakkındadır. Hani bir çubuğu, diyelim ki bir metre uzunluğundaki, alıp da hep yarıya bölsük sıfıra asla ulaşamayız. Çünkü hiçbir uzunluğun uzaklığın yarısı sıfır olamaz. Ama o arada, sonsuz kez bölme işlemi yapılabilir. Dahası, sonsuz tane parça elde edilir. Dahanın da fevki, sonsuz tane sonlu uzunluktaki parçanın toplam uzunluğu sonsuz değil sonlu olur. Yani baştaki uzunluktur o toplam.

Bu durumda, acaba bir çubuk alıp sonsuz kez yarıya bölerek mi sonsuzu gözlemlemeye çalışmalı?

Bu denli zahmete gerek yok. Bildiğimiz saat, sürekli olarak yapmakta bu işi. Yani şunu:

Diyelim ki saat tam on ikiye tam on dakika var.
Az sonra yarısı kadar, yani beş dakika kalacak.
Daha az sonra da iki buçuk dakika. Bir saate
gözünüzü dikip izleyin mesela. Bu yarılama
işlemi sonsuz kez yapılacak ve ama saat de
tam on ikiye vuracak!

Diyelim ki tam izleyemediniz. Olsun, ne gam!
Daha sonra da on ikiye on geçeye kadar ki
sonsuz bölünme sürecini izlemek mümkün.

Neymiş, sürekli saate bakıyor olmak pek hoş
karşılanmazmış. Bakanı, deli falan sanmaları
olabilirmiş.

Varsın olsun. Müziği işitemeyenler, dans
edenleri de deli sanırmış.

Çağlar Tuncay, caglartuncay@cagtun.com