

1, 2, 3, ... SONSUZ

FİZİK -3-

İçerik: a) Biraz tarih; Parmenides ve öğrencisi Zeno'nun yaşadığı Elea hakkında. b) Biraz matematik; Masa üstüne düşen ve geri zıplayan bilye hakkında. c) Bol düşünce; David Hilbert'in Sonsuz Otel Paradoksu ve yanı sıra eş merkezli çemberler üzerindeki noktalar hakkında.

You can download the following PDF and then open it via Edge to translate automatically to any language and listen it in that language:1,2,3 Also, that; Hangi Sonsuz

Yandaki PDF'yi indirebilir ve ardından otomatik olarak herhangi bir dile çevirmek ve o dilde dinlemek için Edge üzerinden açabilirsiniz:1,2,3 Ayrıca şunu; Hangi Sonsuz

Gelmiş geçmiş en çetrefilli nifaklardan birini insan aklına çakmış olan Parmenides ve öğrencisi Zeno'nun (*) günümüzden 2500 yıl kadar önce yaşadığı Elea kentçisi, bugünkü İtalya çizmesinin batı-güney sahilinde yer alırdı.(**) Kıyı kasabası olması nedeniyle de, gayet hareketli bir belde idi. Özellikle balıkçılık ve deniz ticareti, başlıca ekonomik dayanaklarındandı. "Evrende, kâinata, doğada hareket yoktur. Hareket diye bilinen ise, yanılsama, yansıma, halüsinasyondur." fikrinin işte o topraklarda yeşermiş olması ise, başlı başına bir tuhafılık değilse nedir?

Kısaca, hiç kimse (diyelim ki, Aşil) hiçbir yere gidemezdi Parmenides ve öğrencisi Zeno'ya göre. Çünkü (diyelim ki A uzaklığındaki) hedefe ulaşmadan evvel yarısına ($A/2$), o yarıya ulaşmazdan evvel de o yarının yarısına ($(A/2)/2=A/4$) ulaşması gerekirdi. Her sınırlı uzaklığın da (diyelim ki, n_{inci}) yarısı olacağına göre ($A/2^n$), sonsuz yarılamayı (Aşil dâhil) hiç kimse aşip ilerleyemezdi.

Gerçi $n \rightarrow \infty$ için ($A/2^n$) ifadesinin değerinin ne olacağını bilemiyoruz. Bazı matematikçiler, $n \rightarrow \infty$ için ($A/2^n$) = 0 yazmayı sever. Bu durumda, Aşil'in ilk hamlesi 0 (sıfır) olmak yani ilk hamlesi ol_A_mamak zorunda. Demek ki, asla harekete başlayamaz. Ama, hiçbir uzaklığın yarısı sıfır etmeyeceğinden ötürü de $n \rightarrow \infty$ için ($A/2^n$) $\neq 0$ fikrini paylaşanımız hayli çoktur. Bu durumda ise, Aşil, sıfır olmayan uzunluklarda hamleler yapsa(/yapabilse) bile, hedefe doğru sonsuz kez hamle yapması gerekeceğinden hedefe asla ulaşamaz.

Doğrusu ya, Parmenides ve öğrencisi Zeno'nun bu yukarıdaki dâhil tüm paradokslarını (*) sırf şeytani bir eğlence olsun diye ve sinsi ve hınzır ve kıs kıs kıkırdama ve kahkahalar eşliğinde ileri sürmüş olabileceğini ileri süren en az bir şahsın varlığından eminim. O şahıs, bu satırların yazarıdır. Açık açık belirtmekte hiçbir beis yok; Zeno paradoksları 'bu kubbede baki kalan en hoş sadâların' en şen kahkahalılarından da aynı zamanda. Çünkü, ortada çelişki, paradoks falan yoktur. Olan sadece, dilsel ifadenin son derece ustalıkla kurulmuş olmasıdır. Tıpkı bir dilsel virüs gibi, girdiği insan aklını allak bullak edip, pek çok zihinsel yetiyi kilitleyip (bloke edip) serbest düşünebilmeyi engellemesidir.

En basitinden "—Ben hep yalan söylerim!" önermesi de virüstür. İşiteni, kısa süreliğine kilitler ve eksik zihinsel yetilerle durumu irdelemeye sevk eder. O şahıs hep yalan söylüyorsa, "—Ben hep yalan söylerim!" derken de yalan söylüyor olmalıdır. Bu durumda ise, yalan söylediği yanlıştır. Demek ki, doğru söylüyordur. Bu fırl fırl dönüşlerin sonu da gelmez; tıpkı bir Möbius yüzeyi (/şeridi) (***) gibi.

Önceki yazılarımızdan birinde göstermiştik ki, sürekli yarıya bölme yöntemiyle bir birim, sürekli üçte bire bölme yöntemiyle yarım birim ve yine örneğin sürekli beşte bire bölme yöntemiyle de çeyrek birim uzunluğundaki uzaklıklar sonsuz hamlelerde kat edilebilir. Bkz.,

<https://blog.metu.edu.tr/caglar/2024/09/21/bol-bol-nereye-dek/> kaynağındaki ikinci grafik.

Parmenides ve öğrencisi Zeno niçin sadece sürekli yarıya bölme yönteminden söz etmişti acaba? Anlatması ve anlaması kolay olsun diye mi acaba?

Tıpkı bunun gibi, sert bir masa üstüne H yüksekliğinden bırakılan bir çelik bilye düşünelim. Parmenides ve öğrencisi Zeno'ya aykırı olarak bilyenin masa üstüne doğru düşeceğini ve masayla çarpışacağını düşünelim. Çarpmaların esnek olmadığını ve her çarpmada önceki kinetik (devinim) enerjinin q oranındaki bölümünün ısıya dönüşmesiyle yitirildiğini varsayalım.

Şurası kolayca görülebilir ki, $q=1/2$ için, Aşıl paradoksu diye bilinen problemin benzeri elde edilir. Çünkü, bilyenin her çarpma sonrası çıkabileceği en yüksek değer (h_n) için sahip olabileceği enerji $E_n=mgh_n$ olup her çarpmada bu enerjinin yarısını yitireceğinden bir sonraki turda erişebileceği yükseklik $h_n/2$ olacaktır ve çarpışmalar silsilesi bu şekilde bozulmadan süregidecektir.

Bu yani hemen yukarıdaki konunun bir tür dikey Aşıl Paradoksu olduğuna dikkat edilmelidir.

Şimdi, çıtaı biraz daha yükseltelim. Galilei denklemlerinden (****) biliyoruz ki, masanın h_n kadar üstündeki bir noktadan serbest bırakılan bir noktasal cisim g değerine eşit bir yerçekim ivmesi altında ancak $t_n=(2 h_n /g)^{1/2}$ saniye sonra masaya çarpacaktır ve sonrasında daha kısa bir süre içinde daha az bir yüksekliğe erişecektir; çünkü, çarpma sırasında enerji kaybetmiş olacaktır.

Peki, Aşıl Paradoksu'ndaki gibi hesaplanabilir mi acaba ilgili çarpmaların toplam olarak ne kadarlık bir zaman süresinde olup biteceği. Bu problem, meraklısı için hoş bir alıştırma dönüşecektir ama kestirmeden sonuca gitmeyi sevenlerimiz için 'bouncing ball' ve 'restitution' anahtar sözcükleri ile JSTOR'a başvuru yerinde olacaktır. (*****)

Biz de bu arada, ortaokuldan liseye geçtiğim yaz okuduğum George Gamow'un 1, 2, 3, ... Sonsuz (#) adlı kitabından söz etmeye zaman bulabildiğimiz için sevinebiliriz.

Bu kitaptan öğrenmiştim ki, Hotanto (##) dilinde sadece 3 tane sayı vardı 1, 2 ve 3. 3 taneden çok olan nesne topluluklarını betimlemek için ise, sadece "çok" sözcüğü kullanılmaktaydı.

Aynı kitaptan öğrendiğim bir başka konu da, hemen her fizikçinin tanıdığı olan David Hilbert'a atfedilen 'Sonsuz Odası Olan Otel' (Infinity Hotel) paradoksuydu. (###)

Bu otelli konu baştan sona şaşırtıcı olmuştu benim için. Çünkü ortada paradoks falan yoktu. Olan da, bu konunun paradoks sayılıyor(/sanılıyor) olmasıydı. D. Hilbert veya G. Gamow mu şenlikli bir eğlence ileri sürmüştü acaba?

Buyursunlar, son karar okuyucumuzun olsun.

Efendim, sonsuz tane odası olan bir otelin tüm odalarının dolu olduğunu varsayacakmıyız. Ama bu otel, yeni bir misafir daha geldiğinde onu da kabul edip odalarından birine yerleştirebilirmiş. Çünkü görevli, 1 nolu odadakilerin 2 nolu odaya, 2 nolu odadakilerin de 3 nolu odaya, böylelikle her oda sakinlerini bir sonraki odaya taşınması için ricacı olup ikna ederek oteldeki misafir sayısını bir artırabilirmiş.

Bu son misafirin hemen ardından yeni bir misafir hatta bir tur otobüsü dolusu gelse bile aynı yöntemle ağırlamak mümkün olabilirmiş.

İlk intiba (her zaman doğru olmayabilir elbette) olarak $\infty + 1 = \infty$ ve hatta $1 < N$ olan her doğal sayı için $\infty + N = \infty$ olduğu ve dolayısıyla ortada paradoks olmadığı ileri sürülebilir.

Hilbert Paradoks'unun özeti bir üstteki paragraftaki gibi görünür olsa da Veli'nin kerrakesi hayli farklıdır.

Hemen belirtmekte beis yok; ∞ simgesi herhangi bir sayıyı betimle_ye_mez. Çünkü sayılarla ilgi cebir kuralların hiçbirine uymaz. En basitinden hiçbir Z sayısı için $Z + 1 = Z$ olamaz.

Dahası, ∞ tek (=‘unique’) değildir. Sayılamaz çoklukta ∞ tanımlamak mümkündür. Örneğin $m \rightarrow \infty$ için $1+(2m) \rightarrow \infty$ ifadesindeki iki ∞ simgesi farklı nicelikleri göstermektedir. İlkinde yani $m \rightarrow \infty$ ifadesindeki ∞ tam sayı (‘integer’) olarak tanımlanmışken ikincide yani $1+(2m) \rightarrow \infty$ ifadesindeki ∞ tek tam sayı (‘odd integer’) olmak zorundadır. Aynı nedenle $m \rightarrow \infty$ için $0+(2m) \rightarrow \infty$ ifadelerindeki ∞ simgesi farklı nicelikleri göstermektedir.

Ve lâkin, $m \rightarrow \infty$ için $0+(2m) \rightarrow \infty$ ve $m \rightarrow \infty$ için $2+(2m) \rightarrow \infty$ ifadelerindeki ilk ve üçüncü ∞ simgeleri aynı nicelikleri ve ayrıca ikinci ve dördüncü ∞ simgeleri de başka türden aynı nicelikleri, çift tam sayıları (‘even integer’) göstermektedir.

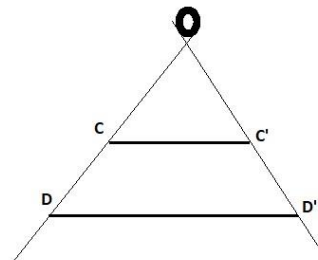
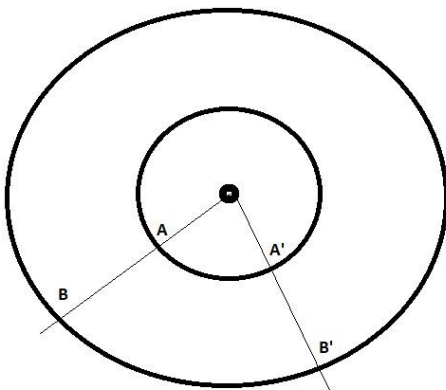
Bu aşamada ve bonus olarak ‘Hangi ∞ ?’ başlıklı yazımızı değerlendirmenizi öneririm.

Zeno Paradokslarının ve Hilbert Paradoksunun aslında paradoks olmadığını, ilerleyen yazılarımızda döne dolaşa değinecek olduğumuz üzere göstermek kolay. Tuhaflığın yani asıl paradoksun onları çözümsüz ve paradoksal sanmak olduğuna da yeri ve zamanı geldikçe değineceğiz. Bütün bunların, Max Plank kuantum fiziği, karacisim ışıması ve Einstein’ın Isı Sığası hesaplarıyla ilgisine ise, bir sonraki bölümde yani FİZİK -4- ‘Zeno’dan Einstein’a Kuantum’ başlıklı yazıda devam edeceğiz.

Şimdilik, bu yazıya iki minik not bırakalım. İlki, Zeno’nun ok paradoksuna ilişkin olsun. Bu paradoksun özeti şudur: Herhangi bir anda havada bir konumda olan ok, bir sonraki anda da aynı konumda olmalıdır. Çünkü an uzunluğu sıfır olan zaman süresidir ve bir andan bir sonraki ana geçerken ok hareket ediyor olamaz.

Buradaki virütik ifadenin genetik kodu şudur: Biz zamanın ne olduğunu, akar denir ya böyle ise de nasıl aktığını yani zamanın nasıl geçtiğini, ilerlediğini biliyor değiliz. Parmenides ve öğrencisi Zeno da biliyor değildi. Zamanın anlardan oluştuğu ise, zamanın ne olduğu konusundaki insanlık cahilliğini, acizliğini ört bas etmek için ifade edilmiş gayet zayıf bir önermedir.

İkinci minik notumuz da alttaki şekildeki çemberler üzerindeki veya paralel doğru parçaları üzerindeki nokta sayılarının aynı olup olmadığının düşünülmesine dair olsun. Somut olarak; her çemberin merkezinden çıkan yarıçap çizgisi çember üzerindeki bir noktadan mutlaka geçeceğine göre AA’ arasındaki noktaların sayısı ile BB’ arasındaki noktaların sayısı aynı mıdır? Keza, CC’ arasındaki noktaların sayısı ile DD’ arasındaki noktaların sayısı aynı mıdır?



(*) <https://blog.metu.edu.tr/caglar/2024/09/21/bol-bol-nereye-dek/>

(**) <https://www.felsefe.gen.tr/elea-okulu-nedir-elealilar-kimdir/>

(***) <https://www.google.com/search?q=M%C3%B6bius+y%C3%BCzeyi+>

(****) <https://blog.metu.edu.tr/caglar/2024/09/22/galilei-denklemleri-ve-fiyat-degisimleri/>

(*****) <https://www.jstor.org/action/doBasicSearch?Query=bouncing+ball&so=rel>

(#) <https://www.google.com/search?q=George+Gamow%E2%80%99un+1%2C+2%2C+3%2C+%E2%80%A6+Sonsuz+>

(##) <https://www.google.com/search?q=Hotanto>

<https://eksisozluk.com/hotanto--200144>

(###) <https://plato.stanford.edu/search/searcher.py?query=infinite+hotel>

<https://www.google.com/search?q=infinite+hotel>

<https://www.jstor.org/action/doBasicSearch?Query=infinite+hotel&so=rel>