

GALİLEİ DENKLEMLERİ ve FİYAT DEĞİŞİMLERİ

FİNANSAL FİZİK -3-

İçerik: a) Matematikte kuvvet serileri; b) Fizikte Galilei denklemleri; c) Finansta fiyat değişimleri.

Brook Taylor'un adıyla da anılan bir kuvvet serisi şöylece yazılabilir

$$Y(x) = Y_0 + Y_1(x - c) + Y_2(x - c)^2 + Y_3(x - c)^3 + \dots$$

ve şöylece yalınlaştırılabilir

$$Y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n(x - c)^n .$$

Denklem 1

Denklem 1'de $(x - c)^0 = 1$ ve $(x - c)^1 = (x - c)$ olduğu anımsanmalıdır.

İçinde yaşadığımız uzayın kesintisiz, sürekli olduğu varsayımıyla, yukarıdaki x ve c değişkenlerini de gerçek sayılarla temsil edebiliriz.

Dahası, uzayın sürekliliği varsayımı altında $Y(x)$ fonksiyonun türevini $\left(\frac{d}{dx}\right)$ ardı ardına ∞ -kez alabiliriz.

Bu durumda Denklem 1'i şöylece de yazabiliriz;

$$Y(x) = \frac{1}{0!} \left[\frac{d^0 Y(x)}{dx^0} \right]_{x=c} + \frac{1}{1!} (x - c) \left[\frac{dY(x)}{dx} \right]_{x=c} + \frac{1}{2!} (x - c)^2 \left[\frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right]_{x=c} + \dots .$$

Denklem 2

Denklem 2'de $\frac{1}{0!} = 1, \frac{1}{1!} = 1, \frac{1}{n!} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}$ yani bir bölü n'e kadar (n dahil) olan doğal sayıların çarpımı ve $\left[\frac{d^n Y(x)}{dx^n} \right]_{x=c}$ 'nin de n_inci türev alındıktan sonra x yerine c konup elde edilen değer olduğu anımsanmalıdır.

Şimdi, x yerine zaman değişkeni olarak sıkça kullanılan t 'yi kullanalım ve bu durumda $Y(t)$, kütlesi m olan bir noktasal parçacığın uzay-zamandaki hareketini (devinimini) ifade ediyor olsun.

Eğer, bu parçacık üstündeki kuvvet (F) zamanla değişmiyor yani sabit ise, I. Newton'un ikinci yasasıyla ($F = ma$) anıldığı üzere, parçacığın ivmesi de sabit olacaktır.

Denklem 2'de ivme yani zamana göre ikinci türev olan $\frac{d^2 Y(t)}{dt^2}$ terimi sabit ve sonraki türevlerin hepsi sıfır olacaktır. Bu durumda şöyle yazabiliriz; $a = \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} \Big|_{t=c}$. Dahası, $\frac{dY(x)}{dt} \Big|_{t=c}$ terimi $t = c$ olduğu andaki yani y -yönündeki başlangıç hızına $v_{y0} \leftrightarrow v_{yC}$ eşit olacaktır ve $\frac{d^0 Y(t)}{dt^0} \Big|_{t=c}$ terimi $t = c$ anındaki yani ilk konumu $Y_0 \leftrightarrow Y_C$ verecektir.

Demek ki, sabit kuvvet altında devinen ve m kütleli bir noktasal parçacığın konum değişikliği denklemini şu şekle yalınlaşır;

$$Y(t) = Y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 .$$

Denklem 3

Denklem 3'ün tıpatıp Galilei denklemi olduğu açıktır ve aşağı doğru olan yerçekim ivmesini temsilen $a = -g$ alınır.

Ayrıca; Yeryüzüne yakın bir top mermisi hareketinde yatay yönde ivmelenme yoktur. Yani yatay yöndeki devinimi $X(t)$ fonksiyonu ile temsil edecek olursak

$$X(t) = X_0 + v_{x0}t$$

Denklem 4

yazabiliriz.

Şimdi, finans pazarlarında fiyatlar da grafiklerde zaman eksenini yatay ve fiyat eksenini de buna dik yukarı olmak üzere gösterilir. Burada, zaman eksenini birimi değışiklik gösterebileceğı gibi fiyat eksenini de genellikle yerel para birimi ('local currency unit', lcu) ile görünür. Dolayısı ile, finansal fiyat-zaman ile uzay-zaman benzeşse de derin ayrılıklara sahiptirler.

Yine de bu süresiz, kesikli finansal fiyat-zaman evreninde Kuvvet Serisi, Taylor Serisi ve Galilei Denklemleri fikir verici, yol gösterici olabilir. Örneğın, hemen bir önceki yazımızdaki bir petrol fiyat grafiğindeki aşğı eğimli düz çizgi Denklem 4 benzeri bir matematiksel ifade ile temsil edilebilir.

Daha fazlası için bkz., <https://arxiv.org/pdf/physics/0503163>