

BÖL BÖL, NEREYE DEK?

FİZİK -2-

İçerik: Biraz tarih, biraz matematik ve bol felsefe

Açık; aklımız daha gelişkin olsaydı, daha çok ve keskin duyu organlarımız olurdu ve tersi. Yani, daha çok ve keskin duyu organlarımız olsaydı, onlardan gelen veriyi işlemek üzere aklımız daha gelişkin olurdu. Bu bağlamda, gövdemiz de daha gelişkin olurdu, ihtimalen.

Şimdiki durumda ise, sıırıla en fazla 6,5 metre kadar, sıırıksız olarak en fazla 2,5 metre kadar, üç adımda ise en fazla 18,5 metre kadar atlayabilmekte insanoğlu. En hızlımız Jamaika'lı Usain Bolt saniyede 10 metre kadar koşabilmektedir. Cep Herkülü'müz Naim Süleymanoğlu, kendi ağırlığının 3 katından 10 kilogram fazlasını kaldırabilen yegâne insandır. Çıplak gözle bir iki kilometrenin ötesini görebilen insana pek rastlanmamış; günlük gürültü düzeyinde sesleri 100 metre öteden işitebilen insan pek duyulmamıştır. Koku, tat ve dokunma duyularımız ise, bir kaç metre erimlidir.

Oysa, evrenin milyarlarca galaksisinden biri olan Samanyolu'nda bile önemsiz bir oyluma sahip olan Dünya'mızın yarıçapı 6378 kilometre kadardır. Kendi çevresinde saniyede 460 metre kadarlık, Güneş çevresinde ise, ortalama saniyede 30 kilometre kadarlık hızlarla döner.

Bu manzara karşısında kendi nesli için "Buna da şükür!" diye düşünenlerimiz elbette haklıdır. Zira, alt tarafta kımıl zararlıları, kıpraşıp duran tırtıllar, bakteriler ve virüsler de var.

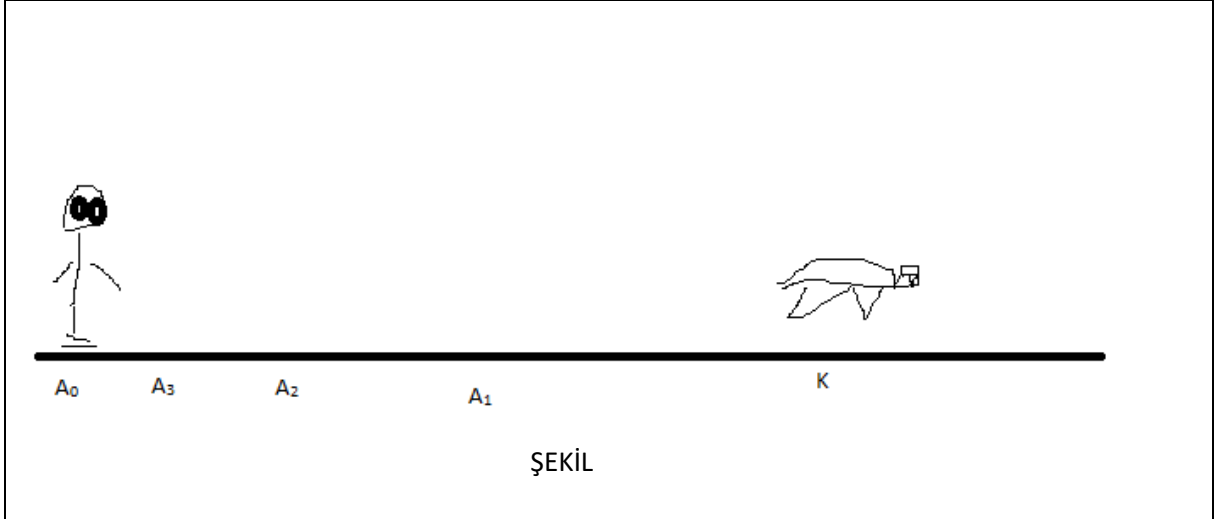
Henüz badi badi yürürken öğretmişlerdi bu fakire ki, "Herkesin aklını pazara çıkarmışlar, herkes gidip yine kendi aklını almış." Bu fakir de aynısını yapmış olmalı, hemcinslerinden ayrı düşmemek için.

Bu fakire göre; en parıltılı zekâ ürünlerinden ve insan aklına, zekâsına, anlağına düşürülmüş en çetrefilli fitnelerdendir Parmenides ve öğrencisi Zeno'nun günümüzden taa 2500 yıl önce terennüm ettiğı paradoksları (*)

Bu zat-ı muhteremler demiş ki, mealen "sıradan ve ölümlü bir kral olan Peleus'un oğlu olmasına karşın su tanrıçası olan annesi Thetis'in tarafından yarı Tanrı olup gelmiş geçmiş en büyük savaşçı olarak kabul edilen Aşil (Akhileus) bile önündeki kaplumbağaya asl'a yetişemez."

Çünkü yetişebilmesi için o anki mesafenin yarısına gelmesi gerekir. Ama, o yarıya gelmezden evvel de o yarının yarısına erişmesi gerekir. Böyle böyle, her yarının yarısına erişmesi gerekir ilkin; hem de sonsuz kez. Gelgelelim, hiçbir mesafenin yarısı da sıfır olmayacağı için Aşil sonsuz kez sıfırdan farklı uzaklığı aşmalıdır.

Örneğin, Aşil'in en baştaki konumu A_0 olsun; kaplumbağanın ilk konumu da K olsun. Demek ki, Aşil, A_0K mesafesini koşmak veya yürümek niyetindedir en başta. Ama, bundan evvel o yolun yarısına yani (hemen alttaki şekildeki gibi) A_1 konumuna gelmelidir; yani A_0A_1 mesafesini koşmak veya yürümek zorundadır. Ama, bunu gerçekleştirebilmek için de A_0A_1 mesafesinin orta noktası olan A_2 'ye erişmelidir. Bundan evvel de A_0A_2 mesafesinin orta noktası olan A_3 'e erişmelidir. Bundan evvel de A_0A_3 mesafesinin orta noktası olan A_4 'e erişmelidir. Böyle böyle, ilk koşulması veya yürünmesi gerek yol giderek sıfıra yaklaşır ama asla sıfır olmaz çünkü hiçbir ölçülebilir mesafenin yarısı sıfır değildir.



$A_0A_1 = A_0K/2$ ve $A_0A_2 = A_0A_1/2$ ve $A_0A_3 = A_0A_2/2$ ve bu böyle azalarak devam eder. Her doğal sayı N için $A_0A_{N-1} = A_0A_N/2$ olur ama, hiçbir N değeri için $A_0A_N = 0$ olmaz.

Sonuç olarak, Aşil, her biri ölçülebilir uzunlukta olan sayılamaz çoklukta (sonsuz) hamle yapmak durumundadır. Ama, hiçbir hamle yapamaz, Zeno ile Parmenides'e göre. Çünkü, yürümesi veya koşması gereken her mesafe, ne kadar olursa olsun, önce yarıya gelmelidir. Hiçbir ölçülebilir uzunluğun yarısı da sıfır olmadığı için Aşil ilk hamleyi bile yapamaz. Adım atmayı bırakın, kımıldayamaz bile!

Tabii ki, Aşil gibi Zeno'nun da kımıldayamaması gerekir, öğretmeni Parmenides'in de. Bu durumda, "Doğada, Dünya'da, kâinatta hareket yoktur. Hiçbir nesne hareket etmez, edemez. Hareket diye bilinen şey, duyularımızın bizi yanıltmasından başka bir şey değildir." imasını taşıyor Aşil Paradoksu.

Bu hâliyle de, bu satırların yazanı olan fakirin bilebildiği en yükseğe çıkmış, hani derler ya; tavan yapmış, özgüven örneklerinden birini sergilemiş olurlar: "Ya kanıtla Aşil'in hareket edebileceğini, ya da kabul et; hareket gerçeklikte yoktur, hareket yanılsamadır." derler Parmenides ve Zeno.

Minik iki not: Tabii ki, Parmenides gibi, Zeno gibi, Aşil gibi, paradokstaki kaplumbağa da hareketsizdir, ilerle(ye)miyordur. İkincileyin, şu ünlü uykucu tembel tavşan ile azimli kaplumbağanın yarıştığı masalı yazan Jean de La Fontaine (1621-1695) ise, Parmenides ve Zeno ile zıt düşünceye sahiptir. Hatta, La Fontaine'e göre, bir kaplumbağanın tavşan geçtiği bile olmuştur bir koşu yarışında.

Dikkat etmeye değer; Aşil $1/3$, $1/3$, ... veya $1/4$, $1/4$, ... veya M gibi herhangi bir doğal sayı için $1/M$, $1/M$, ... değerinde bölüntülerle ilerlemeye çalışsa da Parmenides ve Zeno paradoksunun özü değişmez.

Aşil ile kaplumbağa arasındaki mesafenin, önce $\frac{1}{M}$ kadarını yürümek veya koşmak durumundadır Aşil. Ama bu $\frac{1}{M}$ mesafesini almadan önce de onun $\frac{1}{M}$ 'i kadar yani $\frac{1}{M} \times \frac{1}{M} = \frac{1}{M^2}$ kadar ilerlemiş olmalıdır. İyi hoş da, bu $\frac{1}{M^2}$ mesafesini almazdan evvel de onun $\frac{1}{M}$ 'i kadar yani $\frac{1}{M} \times \frac{1}{M} = \frac{1}{M^3}$ kadar ilerlemiş olmalıdır. Burada, şurası son derece dikkat çekicidir: hiçbir doğal sayı M veya m için $\frac{1}{M^m}$ değeri ne denli küçük olursa olsun illa ki sıfırdan büyüktür. Bu konuya, ileriki paragraflarda 'Dikkat 1' tabelası yanındaki denklemle ilgili olarak ve 'Minik 3 not daha' altında yeniden değineceğiz.

Gelin şimdi de bu kesirlerin, küsuratların toplamını hesaplayalım.

S_m değerini m tane ardıl parçanın toplamı olarak tanımlayalım;

$$S_m = \frac{1}{M} + \frac{1}{M^2} + \frac{1}{M^3} + \dots + \frac{1}{M^m} \quad \text{Denklem 1}$$

olsun.

Bu durumda $S_m = \frac{1}{M} (1 + \frac{1}{M} + \frac{1}{M^2} + \dots + \frac{1}{M^{m-1}})$ olacaktır. Dikkat edilirse, parantez içindeki toplam $1+S_{m-1}$ değerine eşittir ve $\frac{1}{M^m}$ ekleyip çıkartırsak değeri değişmez.

Demek ki, şu eşitlik de doğrudur: $S_m = \frac{1}{M} (1 - \frac{1}{M^m} + S_m)$.

Aynı ifade şöyle de yazılabilir: $(M - 1)S_m = 1 - \frac{1}{M^m}$.

İşte şimdi, gayet kritik bir aşamadayız. Çünkü matematikçilerin pek sevdiği bir deyimle m 'yi sonsuza göndereceğiz; yani $m \rightarrow \infty$. Bu durumda ise,

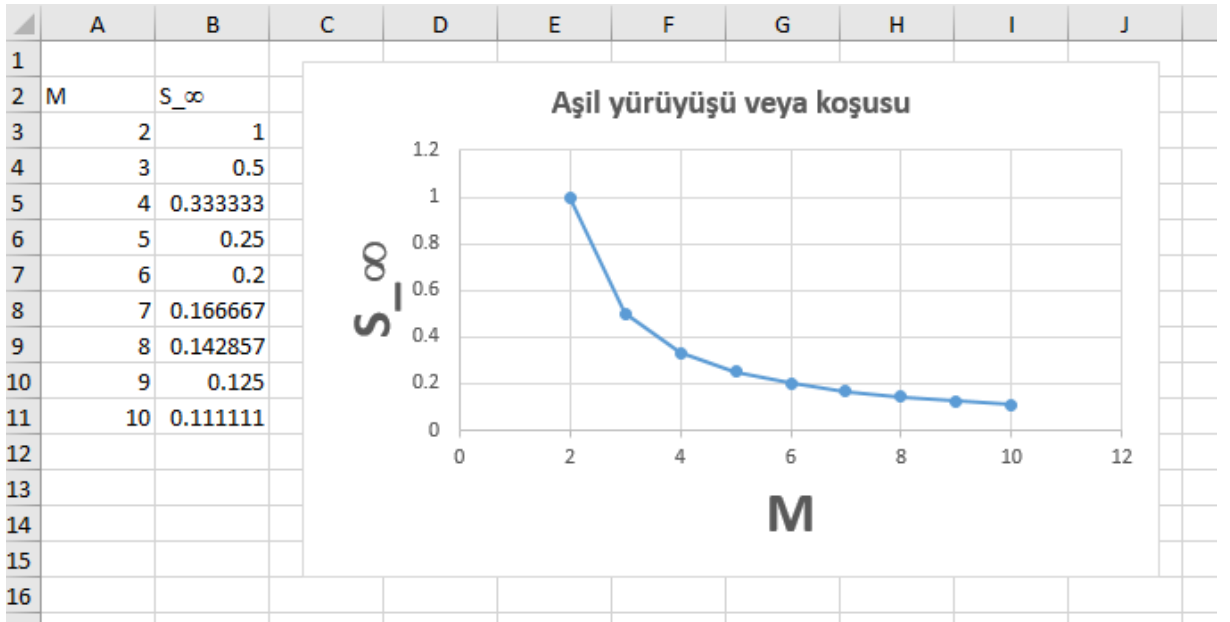
$$S_m \rightarrow S_\infty \text{ ve } \frac{1}{M^m} \rightarrow \frac{1}{M^\infty} = 0 \quad \text{Dikkat 1}$$

olacaktır ve bir önceki eşitlik hemencecik yalınlaşacaktır;

$$S_\infty = \frac{1}{M-1}. \quad \text{Sonuç 1}$$

Minik 3 not daha:

- 1) 1 değerinin her üssünün yine 1 değerine eşit olduğu gerçeği Denklem 1'de kullanılmıştır.
- 2) M sayısının değerinin, tanım gereği 1 sayısının değerinden büyük olduğu hatırlanmalıdır. Bu nedenle, Sonuç 1'deki S_∞ değeri pozitifdir ve alttaki grafikteki gibi değişir M değerine bağlı olarak.



- 3) Buraya dek hemen her şey iyi hoş da, yukarıda **Dikkat 1**'deki $m \rightarrow \infty$ için $\frac{1}{M^m} = 0$ ifadesi doğru mudur acaba?
Pek çok matematikçi, Zeno ve Bertrand Russel (**), hemen üst satırdaki soruyu "Evet!" diye yanıtlamıştır. Zaten de Aşıl'ın ilk hamleyi yapamayacak olduğu savını bu varsayıma dayandırmış Zeno ve pek çok matematikçi gibi B. Russell da onaylamıştır. Ama, şurası da

açıktır; ne denli büyük değere sahip olursa olsun hiçbir doğal sayı m için $\frac{1}{M^m}$ sıfıra eşit olmaz!

Bu husus, yukarıdaki paradoksun en hassas, dikkat edilesi ve hayati önemdeki unsurudur.

Şenlik şuradadır: M (bölünüş oranı) hangi doğal sayı olursa olsun $\frac{1}{M^m}$ değerini sıfır yapacak her hangi bir m doğal sayısı bulunamaz.

Parmenides ve Zeno, okun da havada asl'a ve kat'a ilerleyemeyeceğini savlamışlardır. Onlara göre, ok, her hangi bir anda her hangi bir konumdayken bir sonraki anda bir başka konuma geçemez. Çünkü her an, sıfır uzunluktaki süre demektir. Demek ki, "Ya bir andan bir sonraki ana okun nasıl konum değiştirdiğini açıklamak gerekir ya da hareketin gerçek olmadığını, hareketin yanılsama olduğunu kabul etmek gerekir."

Bu konuya FİZİK -4- 'Zeno'dan Einstein'a Kuvantum' bölümünde devam ederiz.

(*) <https://plato.stanford.edu/search/searcher.py?query=zeno>

<https://plato.stanford.edu/search/search?query=parmenides>

<https://tzv.org.tr/kultur-sanat/zenonun-paradoksu-zihni-sasirtan-paradoks/>

(**) İşte bu çapraşıklığın ifadesi, Bertrand Russell'ın şu veciz sözlerinde ayyuka çıktı; "Bu kaprisli dünyada hiçbir şey ölümünden sonra şöhretten daha kaprisli değildir. Gelecek nesillerin yargılama eksikliğinin en önemli kurbanlarından biri Elealı Zeno'dur. Her biri ölçülemez derecede incelikli ve derin dört argüman icat ettikten sonra, sonraki filozofların kabalığı, onun sadece zeki bir hokkabaz olduğunu ve argümanlarının bir ve tüm safsatalar olduğunu ilan etti. İki bin yıllık sürekli çürütmeden sonra, bu safsatalar eski haline getirildi ve matematiksel bir rönesansın temelini attı..."

[Russell, Bertrand \(1996\) \[1903\]. *The Principles of Mathematics*. New York, NY: Norton. ISBN 978-0-393-31404-5. OCLC 247299160.](#)

https://tr.wikipedia.org/wiki/Eleal%C4%B1_Zenon#cite_note-3